

# Рациональные уравнения

**Равенство, содержащее переменную, называют уравнением с одной переменной, или уравнением с одним неизвестным.**

Примеры уравнений с одним неизвестным:

$$\frac{2}{7}x = 0$$

$$x^2 - 9 = 0$$

$$-0.7x + 3 = 10$$

$$(x - 1)(x - 5) = 20$$

$$|x| = 6$$

**Выражение, стоящее слева от знака равенства, называется левой частью уравнения, а стоящее справа выражение — правой частью уравнения.**

Слагаемые частей уравнения называются членами уравнения. Корнем уравнения называется то значение неизвестного, которое обращает данное уравнение в верное числовое равенство.

**Решить уравнение — значит найти все его корни или установить, что их нет.**

**Уравнения, имеющие одинаковое множество корней, называются равносильными уравнениями.**

Существуют уравнения, которые имеют один корень, несколько корней, бесконечно много корней или не имеют их совсем.

Уравнение называется рациональным, если оно представимо в виде

$\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$ , где  $P(x)$  и  $Q(x) \neq 0$  - многочлены. Его корнями являются все нули многочлена  $P(x)$ , за исключением тех, которые являются нулями многочлена  $Q(x)$ .

Другими словами, это уравнение эквивалентно системе

$$\begin{cases} P(x) = 0, \\ Q(x) \neq 0 \end{cases}$$

**Рациональное уравнение — это такое уравнение, в обеих частях которого содержатся рациональные выражения.**

Рациональные уравнения делятся на две большие группы: **целые** и **дробно-рациональные**. Рациональное уравнение будет являться целым в том случае, если в записи левой и правой его частей содержатся целые рациональные выражения.

**Рациональное уравнение будет являться дробно-рациональным уравнением, если оно содержит дробь с неизвестным в знаменателе.**

**Алгоритм решения рационального уравнения:**

Перенести все слагаемые из правой части в левую, чтобы правая часть была равна нулю.

Совершить преобразования для приведения уравнения к виду  $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$

Решить уравнение, перейдя к системе

$$\begin{cases} P(x) = 0, \\ Q(x) \neq 0 \end{cases}$$

**Второе условие системы позволяет найти область допустимых значений уравнения.**

## Примеры заданий

$$\frac{7x + 3}{3x + 7} = -1$$

Решение

$$\frac{7x + 3}{3x + 7} + 1 = 0$$

$$\frac{7x + 3}{3x + 7} + \frac{3x + 7}{3x + 7} = 0$$

$$\frac{7x + 3 + 3x + 7}{3x + 7} = 0$$

$$\frac{10x + 10}{3x + 7} = 0$$

$$\begin{cases} 10x + 10 = 0 \\ 3x + 7 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 1 = 0 \\ 3x \neq -7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x \neq -\frac{7}{3} \end{cases}$$

Ответ: корень уравнения  $x = -1$